

浅海指向性声源低频标量矢量声场互易性研究

张亮^{1,2,3,4}, 张海刚^{1,2,3}, 孟春霞⁴

(1. 哈尔滨工程大学 水声技术全国重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 海洋信息获取与安全工信部重点实验室(哈尔滨工程大学) 工业和信息化部, 黑龙江 哈尔滨 150001; 3. 哈尔滨工程大学 水声工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 4. 大连测控技术研究所, 辽宁 大连 116013)

摘要:为快速评估船舶水下辐射噪声的标量矢量声场, 针对浅海低频指向性声源, 本文研究其标量场与矢量场的互易性。通过仿真分析了浅海不同类型声源的低频标量矢量声场沿着垂直方向的分布, 建立了指向性声源的标量声场和矢量声场的数学模型, 给出了单极子、偶极子等不同类型声源的标量声压场、水平振速声场和垂直振速声场的数学表达式。结果表明: 单极子声源和水平偶极子声源的声压场及水平振速声场满足互易原理, 但其垂直振速声场不满足互易原理; 垂直偶极子声源的垂直振速声场满足互易原理, 但其声压场及水平振速声场不满足互易原理。研究结论为水下声源标量矢量声场特性的快速评估提供了理论依据, 并为利用多种声场信息进行水下实际声源信息挖掘提供了技术支持, 具有重要的实用价值。

关键词:浅海; 低频; 单极子; 水平偶极子; 垂直偶极子; 辐射噪声; 标量-矢量声场; 声场互易性

DOI: 10.11990/jheu.202506020

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1390.u.20250623.1417.006>

中图分类号: TB 566 **文献标志码:** A **文章编号:** 1006-7043(2025)08-1516-06

Reciprocity of scalar and vector sound field at low frequency for directional sound source in shallow seas

ZHANG Liang^{1,2,3,4}, ZHANG Haigang^{1,2,3}, MENG Chunxia⁴

(1. National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 2. Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security (Harbin Engineering University), Ministry of Industry and Information Technology, Harbin 150001, China; 3. College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China; 4. Dalian Scientific Test and Control Technology Institute, Dalian 116013, China)

Abstract: For the rapid evaluation of the scalar and vector sound fields of underwater radiated noise from ships, the reciprocity of the low-frequency scalar and vector fields of directional sound sources in shallow seas were studied. The scalar and vector sound fields of directional sound sources were mathematically modeled, and mathematical expressions of the scalar sound pressure field, horizontal particle velocity field, and vertical particle velocity field for different types of sound sources, such as monopoles and dipoles, were determined. The vertical distribution of the low-frequency scalar and vector sound fields was simulated for different types of sound sources in shallow seas. The sound pressure fields and horizontal particle velocity fields of monopole and horizontal dipole sound sources satisfy the reciprocity principle, unlike the vertical particle velocity fields. The vertical particle velocity field of the vertical dipole sound source satisfies the reciprocity principle, in contrast with the sound pressure field and horizontal particle velocity field. The results provide a theoretical basis for rapid evaluation of the characteristics of the scalar and vector sound fields of underwater sound sources, and offer technical support as an adjunct to mining information for actual underwater sound sources using various sound field information, which is of great practical value.

Keywords: shallow water; low frequency; monopole; horizontal dipole; vertical dipole; radiated noise; scalar and vector sound field; reciprocity of sound field

浅海声学环境是水声学研究领域之

一, 其声传播特性受海水层、海底边界及海面波动等多重因素耦合影响, 呈现出显著的复杂性和时变性^[1]。随着海洋技术的发展, 对浅海环境中船舶等实际水下声源声场的需求日益迫切^[2]。传统的船舶水下辐射噪声场建模多基于标量声压场理

收稿日期: 2025-06-09.

网络出版日期: 2025-06-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(12174078, 11974286).

作者简介: 张亮, 男, 研究员, 博士研究生;

张海刚, 男, 教授, 博士生导师.

通信作者: 张海刚, E-mail: zhanghaigang@hrbeu.edu.cn.

论,而矢量声场(包含声压与质点振速信息)因其能够更完整地描述声波能量传播信息,逐渐成为提升水声系统性能的研究方向。单极子、偶极子和四极子等指向性声源的组合,能够描述船舶等水下声源的声场方向性。近年来,学者们提出了一些船舶辐射噪声模型和声场计算方法。Бреховских等^[3]利用简正波展开研究了不同波导和不同边界条件下单极子辐射器的声场。Хауга等^[4]研究了平行分层波导中有限尺寸的指向性声源的简正波理论。Кулакова等^[5-7]研究了含有指向性和无指向性声源的波导中各种局部情况下利用简正波展开的特点。被积函数在积分区域内不仅有极点还有分支点,在近场除了考虑简正波离散谱外,还必须考虑旁侧波形式的连续谱^[8-9]。Кузнецов^[10-11]对水下指向性声源声场特性进行了持续的研究,对指向性声源声场特性的数学物理问题进行了细致阐述。孟春霞^[12-13]研究了在船舶的艏部、舯后部和艉部用不同权系数的多极子描述船舶的水下辐射噪声场,并利用渔政船水下辐射噪声数据对多极子模型的有效性进行验证。同时对波导中多极子声源低频标量声场特性的衰减规律进行了分析。

指向性声源声场建模方面取得了一定的进展,同时随着矢量水听器技术和信号处理技术的发展,矢量声场研究也取得了进展。杨德森等^[14]对分层浅海低频稳态矢量声场进行了建模,得出了水平声能流与声压强度具有相似性的结论。张海刚等^[15]建立了弹性抛物方程的矢量声场模型,分析了浅海波导质点位移的分布情况,开发了快速声场预报的方法。莫斯科大学Chuprov^[16]提出了波导不变量理论,描述了声场在浅海中传播的微观结构特征。随着矢量传感器在水声测量的广泛应用,声矢量场特性研究可为水下目标探测与定位、海洋环境参数反演等提供可靠的理论参考^[17-18]。然而对矢量声场的互易性研究相对较少,限制了水中声源标量声场信息的充分利用。

本文在指向性声源标量矢量声场建模的基础上,并针对能够远距离传输的低频段,建立单极子、水平偶极子和垂直偶极子声场模型,计算在不同深度的传播损失,研究指向性声源声场随不同信道参数变化的传播损失规律,探讨浅海指向性声源标量声场的互易特性。

1 无界空间中声源的声场表征

假设有限尺寸并且具有任意形状的声源位于无界空间中,如图 1 所示^[13]在声源内部选择

任意一点 O ,作为半径为 r_0 的球面 S_0 的中心,使得声源完全处于球面内, r 是声源与接收间的水平距离。

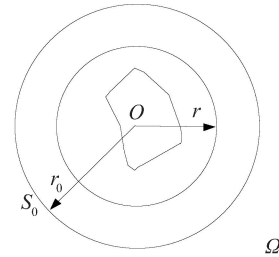


图 1 模型概念的基础

Fig. 1 Basis of the model concept

建立坐标中心与 O 点重合的球坐标系,声源在球面上某点产生的声压由函数 \tilde{P} 的实部确定:

$$\tilde{P}(r_0, \theta, \varphi, t) = i\omega\rho_0\tilde{\Psi}(r_0, \theta, \varphi)e^{-i\omega t} \quad (1)$$

式中: (r_0, θ, φ) 是观察点坐标; ω 是振动频率; ρ_0 是介质的密度; $\tilde{\Psi}$ 是声场速度势函数。本文中速度势函数 $\tilde{\Psi}(r_0, \theta, \varphi)$ 存在二阶导数,在 Ω 区域内,得到满足齐次亥姆霍兹方程的函数 $\Psi(M)$:

$$\Delta\Psi(M) + k^2\Psi(M) = 0, M \in \Omega \quad (2)$$

在边界上具有确定的值:

$$\Psi(M) = \tilde{\Psi}(M), M \in S_0 \quad (3)$$

式中: Δ 是拉普拉斯算子; $k = \omega/c$ 是波数; c 是介质的声速; M 是研究的区域 Ω 或其边界 S_0 上的点。在无穷远处所求的势函数 Ψ 满足索莫菲尔德条件。

在利用指向性点状多极子辐射器模型时,省略时间因子 $e^{-i\omega t}$, 无界空间中声场势函数为:

$$\psi(R, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n C_{nm} h_n^{(1)}(kR) P_n^{lm}(\cos\theta) e^{im\varphi} \quad (4)$$

式中: R, θ, φ 是球坐标下信号接收点的位置; 坐标系的中心与辐射器重合; L 是模型的多极子阶数; C_{nm} 是模型的决定辐射器方向性的综合多极子矩; $h_n^{(1)}$ 是 n 阶第三类球贝赛尔函数; m 为方位角量子数; P_n^{lm} 是连带勒让德多项式,体现了指向性声源的方向特性。

1) $n = 0, m = 0$ 对应单极子,单极子是声源中最简单的形式,表现为球对称的膨胀与收缩运动,其体积随时间周期性变化,但无方向性。

2) $n = 1, m = 0$ 对应垂直偶极子, $n = 1, |m| = 1$ 对应水平偶极子。偶极子由 2 个相位相反、间距极小的单极子构成,表现为沿某一轴向的往复振动(摆动),形成方向性声场。

3) $n = 2, m = 0$, 对应垂直四极子, $n = 2, |m| = 2$ 对应水平四极子, $n = 2, |m| = 1$ 对应具有 1 个水平轴 1 个垂直轴的四极子。四极子由 2 对反向偶极子以特定几何构型排列而成,表现为剪切振动或拉

伸-压缩交替变形,其声场方向性显著复杂于单极子与偶极子。高阶极子衰减的快,通常只考虑单极子、偶极子和四极子。

2 指向性声源的标量矢量声场模型

简正波理论作为波导环境中声场建模的核心方法,尤其适用于低频远场声传播问题的解析与数值求解。其物理本质在于将复杂声场分解为一系列正交的简正模态,各模态在水平方向以离散波束传播,垂直方向受波导边界约束形成驻波结构。鉴于船舶水下辐射噪声的能谱特性,其能量主要集中于低频段(通常低于1 kHz),此类噪声主要由螺旋桨空化、机械振动及流体动力脉动等机制产生,其远场传播过程显著受到海洋波导中多途干涉与模态频散效应的影响。因此,针对船舶等具有复杂水下噪声场的水下声源声场的精准建模,需充分考虑低频声波在分层介质中的模态激发与耦合机制。因此,本文研究指向性声源的简正波形式的声场表达式。

标量矢量声场是同时包含了声压标量场和质点振速矢量的声场描述方法,能够提供更全面的声学信息。从线性化欧拉方程出发,点源的声场势函数、声压和质点振速矢量之间的关系为:

$$P = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\omega\rho_0\psi \quad (5)$$

$$\bar{V} = \nabla\psi \quad (6)$$

由此,可以确定声压场和质点振速矢量声场的分量。在以上相同条件下,根据小振幅波条件下运动方程,将式(4)代入式(5)、(6),经过速度势函数推导,得到标量声压场 P 、矢量水平振速 V_r 和矢量垂直振速 V_z :

$$P = i \frac{4\pi\omega\rho_0}{kh} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N \cdot A_{nml} \sin \alpha'_{l0} \sin \alpha_l H_m^{(1)}(\zeta_l r) e^{im\varphi} \quad (7)$$

$$V_r = \frac{4\pi}{kh} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N A_{nml} \zeta_l \sin \alpha'_{l0} \sin \alpha_l \cdot (m H_m^{(1)}(\zeta_l r) / (\zeta_l r) - H_{m+1}^{(1)}(\zeta_l r)) \quad (8)$$

$$V_z = \frac{4\pi}{kh} \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n \sum_{l=1}^N \times A'_{nml} \sin \alpha'_{l0} \cos \alpha_l H_m^{(1)}(\zeta_l r) \quad (9)$$

其中:

$A_{nml} = \frac{\mu_{nm} D_{nm} x_l \sin \alpha_{l0} \sin \alpha_l P_n^{lm}(x_l/kh)}{\sin^2 x_l \tan x_l / \tilde{m}^2 + \sin x_l \cos x_l - x_l}$ 是简正波激发系数

$$\mu_{nm} = \exp(i\pi(1 - \chi_{nm})/4)$$

$$\chi_{nm} = (-1)^{n+1ml}$$

$$\alpha_{l0} = \frac{\pi}{4}(1 - \chi_{nm}) + x_l \frac{z_0}{h}$$

$$\alpha_l = x_l \frac{z}{h}$$

式中: ξ_l 是水平波数; h 为波导的厚度; z_0 是声源的深度; z 是接收器的深度; $x_l \approx l\pi h/H$ 为离散方程的近似解; $\xi_l \approx k \cos(\pi l/kH) + i\delta l^2$ 为简正波的水平波数; l 是简正波的序号; c_0 为水中声速; H_m^1 是第1类柱汉克尔函数。

其中, $\delta = 2\beta\pi^2 n_0^2 \tilde{m}/(kHv_0)^3$; $v^2 = 1 - \tilde{n}^2$; $\tilde{n} = n_0(1 + i\beta)$; $H = h + \tilde{m}/(kv_0)$ 为波导的有效厚度; $n_0 = c_0/c_1$ 为海水与海底声速的比值; $\beta \geq 0$ 为无量纲的海底吸收系数; $\tilde{m} = \rho_1/\rho_0$ 为海底与海水密度的比值。

根据式(7)~(9)可知, P 、 V_r 和 V_z 在不同深度上的幅度主要由简正波本征函数或其导数决定。为了简化后续的仿真和数值研究,可以写为:

$$P = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n P_{nm} \quad (10)$$

$$V_r = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n V_r^{nm} \quad (11)$$

$$V_z = \sum_{n=0}^L \sum_{m=-n}^n V_z^{nm} \quad (12)$$

式中 n 和 m 分别表示指向性多极子声源的阶数和方位角量子数。

在声呐性能建模、水声通信、环境风险评估和海洋学等诸多声学问题中,需要精确计算传播损失。传播损失是声学中用于描述声波在传播过程中的能量衰减特性的方法,传统定义基于声压幅值的标量衰减模型,进行传播损失计算。考虑声强与声压和质点振速的二次方关系,可以定义声场中声压场、水平振速声场和垂直振速声场的传播损失,其中声压传播损失为:

$$TL_p = -20 \lg \left(\frac{|P(r,z)|}{|p_0|} \right) \quad (13)$$

矢量传播损失为:

$$TL_v = -20 \lg \left(\frac{|V(r,z)|}{|V_0|} \right) \quad (14)$$

式中: p_0 和 V_0 分别为参考距离(通常取1 m)处的声压值和水平振速值或垂直振速值:

$$p_0 = \frac{e^{ik_0 r}}{r} \quad (15)$$

$$V_0 = \frac{k_0}{\rho\omega} \cdot \frac{e^{-ik_0 r}}{r} \Big|_{r=1} \quad (16)$$

式中: $k_0 = \omega/c(z_0) = 2\pi f/c(z_0)$; f 为指向性的声源频率; z_0 为指向性声源深度; $c(z_0)$ 为指向性声源所在深度上的海水声速。

3 仿真计算与结果分析

指向性声源标量矢量声场的深度分布特性对于

水下声学探测与声源参数估计具有重要的影响,在此,不失一般性,研究 Pekeris 波导条件下的各类指向性声源标量矢量声场的互易性仿真。此时,浅海波导环境为液态半无限空间海底,海水介质密度 ρ_1 为 $1\ 000\ \text{kg/m}^3$,海水为等声速介质,海水中声速 $c(z)$ 为 $1\ 500\ \text{m/s}$,海水深度 h 为 $60\ \text{m}$,海底介质密度 ρ_2 为 $1\ 900\ \text{kg/m}^3$,海底声速 c_2 为 $1\ 750\ \text{m/s}$,海底衰减系数 α_2 为 $0.1\ \text{dB}/\lambda$ 。仿真采用的海洋环境 Pekeris 波导模型如图 2 所示。

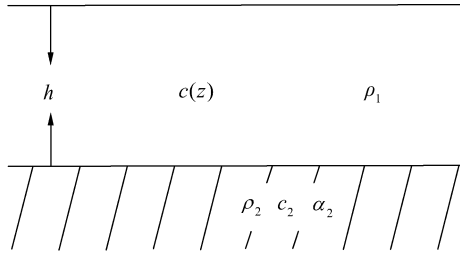


图 2 仿真采用的海洋环境

Fig. 2 Simulation of the ocean waveguide environment

利用第 2 节各指向性声源简正波形式的标量矢量声场计算式(7)~(9)以及传播损失计算公式(10)、(11)进行各类指向性声源标量矢量声场传播仿真计算,分别研究指向性声源声场随不同信道参数变化的传播损失规律。

3.1 单极子声源声场的互易性分析

舰船水下辐射噪声源中,螺旋桨空化现象是典型的单极子声源。在图 2 所示声源和海洋信道参数条件,图 3 和图 4 分别给出声源频率 80 和 147 Hz,在与声源水平距离 3 km 时,单极子声源的声压场、水平振速声场和垂直振速声场的传播损失沿着深度方向的变化。设声源深度 z_s 与接收深度 z 为 25 m。

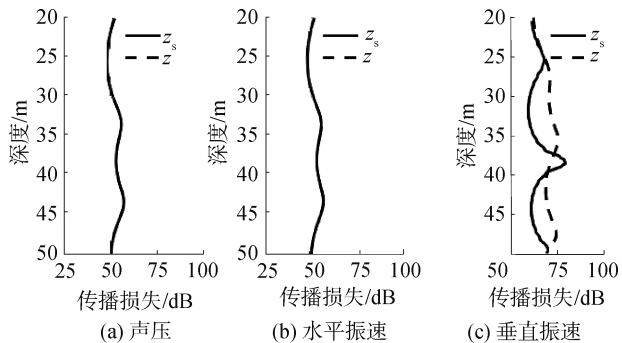


图 3 频率 147 Hz 单极子声场的传播损失

Fig. 3 TL of monopole at 147 Hz

从图 3、图 4 可以看出:不同频率对应的声场沿深度方向的衰减规律不同;声压场和水平振速声场的传播衰减规律相同,两者的传播损失随着接收深度的变化不明显,垂直振速声场明显比声压场和水平振速声场的传播损失衰减的快;单极子声源的声压场和水平振速声场都满足互易定理,垂直振速声场不满足互易定理。

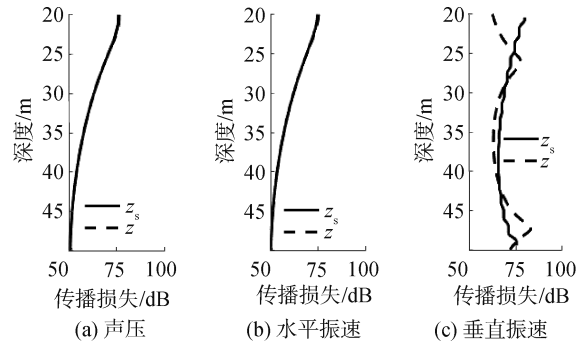


图 4 频率 80 Hz 单极子声场的传播损失

Fig. 4 TL of a monopole at 80 Hz

3.2 水平偶极子声源声场的互易性分析

螺旋桨旋转时,叶片周期性地对水施加推力,导致垂直于螺旋桨的水平方向的交替压力波动,形成水平偶极子辐射。螺旋桨在非空化工况下,因其旋转引起的水平方向周期性流体动力脉动,是舰船水下辐射噪声中最典型的水平偶极子源。

在图 2 所示声源和海洋信道参数条件下,图 5、图 6 分别给出声源频率 80 和 147 Hz,在与声源水平距离 3 km 时,水平偶极子声源的声压、水平振速声场和垂直振速声场的传播损失沿着深度方向的变化。 $z_s=25\ \text{m}$ 时接收深度从 20 m 变化到 50 m, $z=25\ \text{m}$ 时声源深度从 20 m 变化到 50 m。

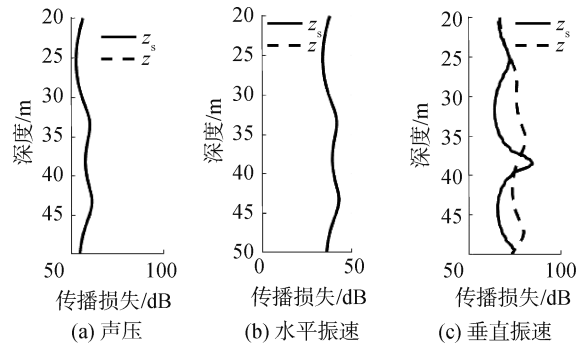


图 5 频率 147 Hz 水平偶极子声场的传播损失

Fig. 5 TL of horizontal dipole at 147 Hz

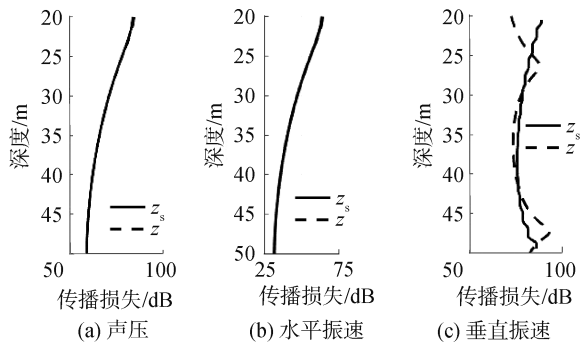


图 6 频率 80 Hz 水平偶极子声场的传播损失

Fig. 6 TL of horizontal dipole at 80 Hz

从图 5、图 6 可以看出:水平偶极子声源与单极子声源对应物理量的衰减趋势相同;不同频率对应的声场沿深度方向的衰减规律不同;水平偶极子声

源声压场和水平振速声场的传播衰减规律相同,两者的传播损失随着接收深度的变化不明显,垂直振速声场明显比声压场和水平振速声场的传播损失衰减得快;水平偶极子声源的声压场和水平振速场都满足互易定理,垂直振速声场不满足互易定理。

通过分析式(7)~(9)可知:根据简正波理论,对于深度不为零的水下声源而言,单极子声源声压场和水平振速声场在不同接收深度上的幅度主要由本征函数决定,其驻波声场为:

$$y_s = \sin(x_l z_0/h) \cdot \sin(x_l z/h) \quad (17)$$

而垂直振速在不同接收深度上的幅度则由本征函数的导数决定,对应的驻波声场为:

$$y_{s_2} = \sin(x_l z_0/h) \cdot \cos(x_l z/h) \quad (18)$$

3.3 垂直偶极子声源声场的互易性分析

机械振动通过基座-船体-流体的耦合路径辐射声波,舰船的主机基座振动和推进轴垂向振动是水下辐射噪声中典型的垂直偶极子源。

在图 2 所示声源和海洋信道参数条件下,图 7、图 8 分别给出声源频率 80 和 147 Hz,在与声源水平距离 3 km 时,垂直偶极子声源的声压、水平振速和垂直振速的传播损失沿着深度方向的变化。

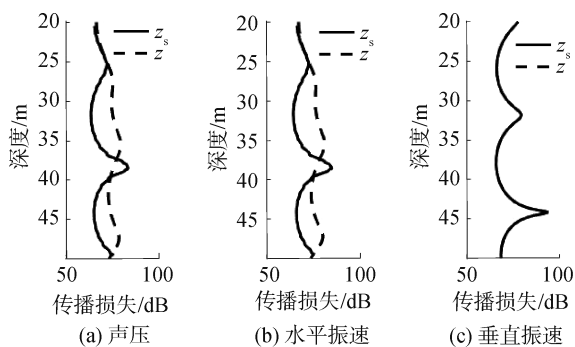


图 7 频率 147 Hz 垂直偶极子声场的传播损失
Fig. 7 TL of vertical dipole at 147 Hz

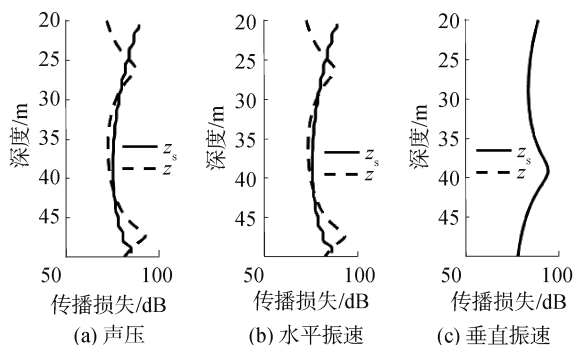


图 8 频率 80 Hz 垂直偶极子声场的传播损失
Fig. 8 TL of vertical dipole at 80 Hz

从图 7、图 8 可以看出:垂直偶极子声源的声压场和水平振速声场衰减规律相同,垂直偶极子声源的垂直振速声场衰减较快。垂直偶极子声源的声压场和水平振速声场都不满足互易定理,垂直振速声

场则满足互易定理。

通过分析式(7)~(9)可知:根据简正波理论,对于深度不为零的水下声源而言,垂直偶极子声源的声压场和水平振速声场的驻波声场形式为:

$$y_d = \cos(x_l z_0/h) \cdot \sin(x_l z/h) \quad (19)$$

而垂直偶极子的垂直振速声场的驻波声场形式为:

$$y_{d_2} = \cos(x_l z_0/h) \cdot \cos(x_l z/h) \quad (20)$$

4 结论

1)在柱坐标系下声压场和水平振速声场主要由声波的径向传播特性决定,声压场和水平振速声场的传播损失变化趋势相似。受垂直模态函数的显著影响,垂直振速声场的传播损失衰减略快。

2)通常的互易原理对于指向性声源的标量矢量场并不适用,总的来说单极子声源和水平偶极子声源的声压场和水平振速声场满足互易原理;而单极子和水平偶极子声源的垂直振速声场不满足互易原理。垂直偶极子声源的声压场和水平振速声场都不满足互易定理,垂直振速声场则满足互易定理。

3)本文为描述水下声源的声场提供了快速的评估方法,利用该模型,能够快速有效地预报海洋波导中低频水下声源辐射噪声信号在不同区域的传输规律,具有重要的实用价值。

参考文献:

- [1] 杨士莪. 水声传播原理[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2009: 1-5.
YANG Shi'e. Theory of underwater sound propagation [M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2009: 1-5.
- [2] 刘伯胜, 雷家煜. 水声学原理[M]. 第三版. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2009: 268-269.
LIU Bosheng, LEI Jiayu. Principles of underwater acoustics[M]. 3rd Ed. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2009: 268-269.
- [3] 布列霍夫斯基赫. 分层介质中的波[M]. 北京: 科学出版社, 1960: 256-268.
BREKHOVSKIKH L. M. Waves in layered media [M]. Bei Jing: Science Press, 1960: 256-268.
- [4] HAUG A, GRAVES R D, ÜBERALL H. Normal-mode theory of underwater sound propagation from directional multipole sources[J]. The journal of the acoustical society of America, 1974, 56(2): 387-391.
- [5] КУЛАКОВ В Н, МАЛЬЦЕВ Н. Е. О модовой структуре звукового поля точечного источника в слоистом океане[J]. Акуст. журн., 1983, 29(4): 502-504.
- [6] ШАРФАРЕЦ Б. П. Поле направленного излучателя в слоисто неоднородном волноводе[J]. Акуст. журн., 1985, 31(1): 119-125.
- [7] КУЗНЕЦОВ Г Н, СТЕПАНОВ А. Н. Поле эквивалентного мультипольного составного излучателя

- в волноводе [J]. Акуст. журн., 2007, 53(3): 377–385.
- [8] ВОЗБУЖДЕНИЕ G. N. Боковой волны при отражении сферической волны от слоистого полупространства [J]. Акуст. журн., 1985, 31(5): 597–600.
- [9] КУЗНЕЦОВ Г Н, СТЕПАНОВ А Н. О возможности применения принципа взаимности в векторно-скалярных полях мультипольных источников в волноводе Пекериса [J]. Акуст. журн., 2017, 67(3): 296–305.
- [10] КУЗНЕЦОВ Г Н, СТЕПАНОВ А. Н. Пространственная векторно-скалярная структура низкочастотных полей мультипольных источников в зонах интерференционных максимумов [J]. Акуст. журн., 2020, 66(3): 294–307.
- [11] КУЗНЕЦОВ Г Н, СТЕПАНОВ А Н. Аппроксимирующие модели регулярной составляющей инфразвукового поля мультипольных источников в плоском волноводе [J]. Акуст. журн., 2013, 59(3): 378–390.
- [12] 孟春霞. 船舶辐射噪声源简化模型 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2009: 29–31.
MENG Chunxia. Simplified model of ship radiated noise source [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2009: 29–31.
- [13] 孟春霞, 马忠成. 波导中多极子声源低频声场特性衰减规律 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(10): 1591–1596.
MENG Chunxia, MA Zhongcheng. Characteristic attenuation laws of low frequency sound field of multi-pole sources in a waveguide [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(10): 1591–1596.
- [14] OLEG E, GU L, YANG D. On the certain semi-analytical models of low frequency acoustic field in terms of scalar vector description [J]. Chinese of acoustic, 2004, 23(1): 58–70.
- [15] 张海刚, 杨士莪, 朴胜春, 等. 声矢量场计算方法 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2010, 31(4): 470–475.
ZHANG Haigang, YANG Shi'e, PIAO Shengchun, et al. A method for calculating an acoustic vector field [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(4): 470–475.
- [16] CHUPROV S D. Interference structure of a sound field in a layered ocean [M]. Moscow: Nauka, 1982.
- [17] 张海刚, 谢金怀, 刘佳琪, 等. 浅海质点振速场强度的深度分布特性 [J]. 上海交通大学学报, 2024, 58(7): 995–1005.
ZHANG haigang, XIE Jinhuai, LIU Jiaqi, et al. Depth distribution characteristics of particle velocity field intensity in shallow [J]. Journal of Shanghai Jiao Tong University, 2024, 58(7): 995–1005.
- [18] 谭鹏. 浅海波导中声矢量信号传播特性及其应用 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2023.
TAN Peng. Propagation characteristics of acoustic vector signal in shallow sea waveguide and its application [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2023.

本文引用格式:

张亮, 张海刚, 孟春霞. 浅海指向性声源低频标量矢量声场互易性研究 [J]. 哈尔滨工程大学学报, 2025, 46(8): 1516–1521.
ZHANG Liang, ZHANG Haigang, MENG Chunxia. Reciprocity of scalar and vector sound field at low frequency for directional sound source in shallow seas [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2025, 46(8): 1516–1521.